

## Schnellübung 3

**Anweisung:** Kreuzen Sie jeweils die richtige Antwort an. Es gibt genau eine richtige Antwort. Beantworten Sie mindestens 2 der 3 Aufgaben korrekt, erhalten Sie einen Punkt.

1. Welche der folgenden Aussagen trifft zu?

- (a) Jede endliche Erweiterung eines Körpers der Charakteristik Null ist einfach.
- (b) Falls  $E|K$  eine einfache Körpererweiterung ist, so folgt  $\text{char}K = 0$ .
- (c) Jede einfache Körpererweiterung ist eine Galois Erweiterung.

2. Welche der folgenden Aussagen trifft zu?

(a) Das Polynom

$$X^{2^n-1} + X^{2^n-2} + \dots + 1 \in \mathbb{Q}[X]$$

ist für alle  $n \in \mathbb{N}$  irreduzibel.

- (b) Die Galoisgruppe von  $\mathbb{Q}[n]|\mathbb{Q}$  ist für jedes  $n \geq 1$  zyklisch, wobei  $\mathbb{Q}[n]$  den Zerfällungskörper von  $X^n - 1$  bezeichnet.
- (c) Für jede Primzahl  $p$  ist

$$X^{p-1} + X^{p-2} + \dots + 1 \in \mathbb{Q}[X]$$

irreduzibel.

3. Welche der folgenden Aussagen trifft zu?

- (a) Sei  $f \in \mathbb{Q}[X]$ . Falls es ein  $n \geq 1$  gibt, so dass alle Nullstellen von  $f$  in  $\mathbb{Q}[n]$  enthalten sind, so ist  $f$  mittels Radikalen lösbar.
- (b) Es gibt eine Galois Erweiterung  $E$  von  $\mathbb{Q}$ , so dass  $\text{Gal}(E|\mathbb{Q}) \cong S_3$  und  $E \subset \mathbb{Q}[n]$  für ein  $n \geq 1$ .
- (c)  $\mathbb{Q}(\sqrt{2}) \not\subset \mathbb{Q}[8]$ .